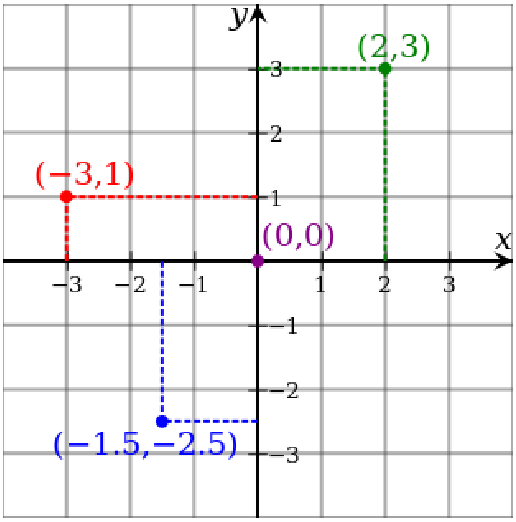
LA RETTA

Ogni punto nel piano cartesiano è sempre formato da una coppia di coordinate:

- La prima coordinata è sempre la x
- La seconda coordinata è sempre la y

Esempio: esempi di punti possono essere $A(2,3)$ oppure $B(-3,1)$ rappresentati nel piano cartesiano considerando il punto d'incontro tra la coordinata x e la coordinata y.



I punti vanno sempre indicati con le lettere **MAIUSCOLE**.

I punti vanno disegnati su un piano cartesiano in cui:

- l'asse delle x (l'asse orizzontale) è detta asse delle **ascisse**
- l'asse delle$y$ (l'asse verticale) è detta asse delle **ordinate**

N.B. ricordiamo il concetto di **valore assoluto** che ci servirà nel corso di questo argomento.

Il valore assoluto, detto anche modulo, trasforma qualsiasi numero al suo interno considerando solo la sua parte positiva.

$|-5| = 5$ oppure $|+3| = +3$

Distanza tra due punti nel piano cartesiano

All'interno del piano cartesiano si può calcolare la lunghezza di un segmento che collega due punti ad esempio A e B che formano il segmento $\overline{AB}$ e che quindi indichiamo con $d(A, B)$.

Per calcolare la distanza tra due generici punti $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ si può presentare uno dei seguenti tre casi:

- se i due punti hanno la stessa coordinata x

$$\overline{AB} = |y_A - y_B|$$

- se i due punti hanno la stessa coordinata y

$$\overline{AB} = |x_A - x_B|$$

- se i due punti NON hanno nessuna coordinata uguale

$$d(A, B) = \overline{AB} = \sqrt[2]{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

Esempio: calcolare la distanza tra le seguenti coppie di punti

- $A(3,1) e\ B(3,5)$

$$d(A,B) = \overline{AB} = |1-5| = |-4| = +4$$

- $A(2{,}3) e\ B(7{,}3)$

$$d(A,B) = \overline{AB} = |2-7| = |-5| = +5$$

- $A(1{,}3) e\ B(4{,}5)$

$$d(A,B) = \overline{AB} = \sqrt[2]{(1-4)^2 + (3-5)^2} = \sqrt[2]{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt[2]{9+4} = \sqrt[2]{13}$$

Punto medio tra due punti

Avendo due punti a disposizione, oltre a calcolarci la loro distanza, è possibile calcolarne il punto medio e cioè trovare le coordinate del punto (la x e la y) che si trova precisamente a metà tra un punto e l'altro.

Dati due punti generici $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ posso calcolare le coordinate del loro punto medio nel seguente modo:

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Esempio: calcolare le coordinate del punto medio della seguente coppia di punti

- $A(3{,}2) e\ B(3,-6)$

$$M = \left(\frac{3+3}{2}, \frac{3+(-6)}{2}\right) = \left(\frac{6}{2}, -\frac{3}{2}\right) = \left(3, -\frac{3}{2}\right)$$

La retta

Ogni curva ha un suo segno distintivo detto *"equazione"*, cioè è un'espressione che caratterizza ogni curva.

- forma **esplicita**, è del tipo $y = mx + q$ (bisogna isolare l'incognita y portando tutto a destra)

Esempio: $y = 3x + 5$ oppure $y = -2x + 7$

Cosa si può fare se ho l'equazione di una retta?

posso vedere se un punto qualsiasi appartiene o no alla retta, in che modo?

Dato un punto $P(x_P, y_P)$ verifico che appartiene ad una retta $y = mx + q$ sostituendo le coordinate del punto nell'equazione al posto dell'esistente x e y, qualora venisse un'identità allora il punto apparterrà alla retta, in caso contrario non vi appartiene.

Esempio: Verificare che il punto $P(1,-3)$ appartenga alla retta $y = 3x + 5$ oppure $y = x - 4$

$y = 3x + 5 \longrightarrow\ -3 = 3(1) + 5 \longrightarrow\ -3 = 3 + 5 \longrightarrow\ -3 = 8 \longrightarrow$ non è un'identità quindi il punto non appartiene alla retta data

$y = x - 4 \longrightarrow\ -3 = 1 - 4 \longrightarrow\ -3 = -3 \longrightarrow$ è un'identità quindi il punto appartiene alla retta data

la retta può essere disegnata, in che modo?

- l'equazione della retta deve essere in forma esplicita

- in maniera del tutto casuale, a mio piacimento costruisco una tabellina dando due valori alla variabile x e calcolando il relativo valore y attraverso l'equazione data

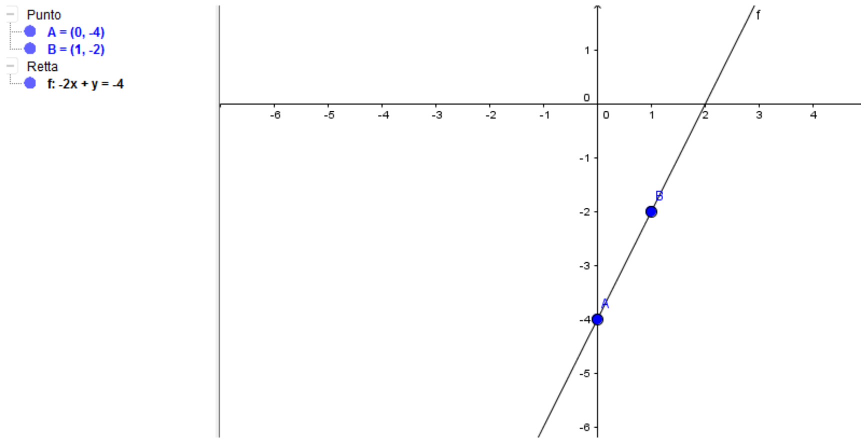
- dopo aver trovato le coordinate di due punti, li disegno nel piano cartesiano e li unisco, verrà fuori una retta nel piano cartesiano

Esempio: disegnare la retta con equazione $y = 2x - 4$

x	y
0	-4
1	-2

$$y = 2(0) - 4 = 0 - 4 = -4$$

$$y = 2(1) - 4 = 2 - 4 = -2$$



Nel caso di un'equazione con valore di m frazionario, scegliere in maniera opportuna i coefficienti da attribuire alla x.

Esempio: disegnare la retta con equazione $y = \frac{2}{3}x - 4$

x	y
0	-4
3	-2

$$y = \frac{2}{3}(0) - 4 = 0 - 4 = -4 \rightarrow A(0, -4)$$

$$y = \frac{2}{3}(3) - 4 = 2 - 4 = -2 \rightarrow B(3, -2)$$

Cioè scelgo il valore della x in modo che si semplifichi la mia frazione e vengano dei punti facilmente disegnabili sul piano cartesiano.

Rette parallele e rette perpendicolari

Date due rette io posso sempre definire se queste siano tra loro *parallele* o *perpendicolari*. Questo è possibile direttamente dalle loro equazioni, in particolare dal loro coefficiente angolare m.

Nel dettaglio:

- due rette si dicono *<u>parallele</u>* se hanno lo stesso coefficiente angolare

Esempio: $y = 2x + 3 \; e \; y = 2x - 1$

- due rette si dicono *perpendicolari* se hanno come coefficiente angolare l'uno l'antireciproco dell'altro (per antireciproco si intende il numero opposto, quindi cambiato di segno e inverso, quindi ribaltato)

Esempio: $y = -2x + 3 \; e \; y = \frac{1}{2}x - 1$

Trovare l'equazione della retta

Per trovare l'equazione di una retta posso trovarmi in uno dei seguenti tre casi che fanno tutti riferimento alla formula del primo caso.

Caso 1: trovare l'equazione di una retta r passante per un punto $A(x_A, y_A)$ e avente il coefficiente angolare della retta stessa m

Applichiamo la seguente formula, svolgiamo i conti e portiamo la retta in forma esplicita. La x e la y della formula rimangono fisse.

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

Esempio: trovare l'equazione della retta r passante per il punto $A(-1,3)$ e avente coefficiente angolare $m = -2$

$$y - y_A = m(x - x_A) \to y - 3 = -2\big(x - (-1)\big) \to y - 3 = -2(x + 1) \to y = -2x - 2 + 3 \to$$

$$r: y = -2x + 1$$

Caso 2: trovare l'equazione di una retta r passante per un punto $A(x_A, y_A)$ e che sia perpendicolare (o parallela) ad un'altra retta s di cui ci viene fornita l'equazione.

Sappiamo che per applicare la formula del caso 1 bisogna avere a disposizione un punto appartenente alla retta r che desidero (e questo ci viene fornito) e il coefficiente angolare della retta r che cerchiamo. Dobbiamo quindi trovare il coefficiente angolare mancante.

Sappiamo che una retta perpendicolare ad un'altra ha il suo coefficiente angolare che è l'antireciproco dell'altro, calcoliamo quindi il coefficiente angolare della retta s e in automatico avremo il coefficiente della retta r.

Infine avendo sia il punto che il coefficiente angolare possiamo applicare la formula del caso 1, svolgiamo i conti e portiamo la retta in forma esplicita. La x e la y della formula rimangono fisse.

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

Esempio: trovare l'equazione della retta r passante per il punto $A(-1,3)$ e che sia perpendicolare alla retta s di equazione $-4x - y + 2 = 0$.

- cerco il coefficiente angolare della retta s e successivamente quello della retta r

$$-4x - y + 2 = 0 \to -y = +4x - 2 \to y = -4x + 2 \to m_s = -4 \to m_r = +\frac{1}{4}$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \to y - 3 = \frac{1}{4}\big(x - (-1)\big) \to y - 3 = \frac{1}{4}(x + 1) \to y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} + 3 \to$$

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{13}{4}$$

Caso 3: trovare l'equazione di una retta r passante per due punti $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$.

Applichiamo la seguente formula, svolgiamo i conti e portiamo la retta in forma esplicita. La x e la y della formula rimangono fisse.

$$\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A}$$

Esempio: trovare l'equazione della retta r passante per il punto $A(-1,3)$ e il punto $B(2,4)$.

Sostituisco i valori dei punti nella formula appena citata:

$$\frac{y-3}{4-3} = \frac{x+1}{2+1} \to \frac{y-3}{1} = \frac{x+1}{3} \to \frac{3y-9}{3} = \frac{x+1}{3} \to 3y - 9 = x + 1 \to 3y = x + 1 + 9 \to$$

$$3y = x + 10 \to y = \frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$$

SCHEMA RIASSUNTIVO FORMULE

DISTANZA TRA DUE PUNTI	- se i due punti hanno la stessa coordinata x $\overline{AB} = \lvert y_A - y_B \rvert$ - se i due punti hanno la stessa coordinata y $\overline{AB} = \lvert x_A - x_B \rvert$ - se i due punti NON hanno nessuna coordinata uguale $d(A,B) = \overline{AB} = \sqrt[2]{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$
PUNTO MEDIO	$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$
TROVARE EQUAZIONE DELLA RETTA	- se ho un punto che appartiene alla retta e il coefficiente angolare m $y - y_A = m(x - x_A)$ - se ho due punti che appartengono alla retta $\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A}$